

Matrices

Exercice 1 – Considérons les matrices à coefficients réels :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad , \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad D = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad E = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} .$$

Si elles ont un sens, calculer les matrices AB , BA , CD , DC , AE , CE .

Exercice 2 –

On considère les matrices à coefficients réels :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} .$$

Calculer, s'ils ont un sens, les produits AB , BA , AC , CA , B^2 .

Exercice 3 – On considère les matrices à coefficients réels :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} .$$

- 1) Calculer s'ils ont un sens les produits AB , BA , AC , CA , BC , CB , B^2 .
- 2) En déduire, sans plus de calcul, que A et C sont inversibles et préciser leurs inverses.

Exercice 4 – Soit A la matrice de $\mathcal{M}_2(\mathbf{R})$ et B la matrice de $\mathcal{M}_{2,3}(\mathbf{R})$ définies par :

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad , \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} .$$

Si elles ont un sens, calculer les matrices AB , BA , A^2 , B^2 et $A + 2\text{Id}_2$.

Exercice 5 – Soit A, B, C les matrices :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 4 & 2 & -2 \end{pmatrix} \in M_{2,3}(\mathbf{R}) \quad , \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \in M_{3,2}(\mathbf{R}) \quad , \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \in M_{2,2}(\mathbf{R})$$

Déterminer les produits définis 2 à 2 de ces trois matrices.